Antennes et feeders accordés

- **Par Serge MALLET (F6AEM)**

1 Généralités sur les lignes

1.1 Impédance caractéristique d'une ligne bifilaire : (Fig.1)

- $Zc = 276 * \log(\frac{2D}{d}) * k$

  k est un coefficient dépendant de la nature de l'isolant : $k = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$

  ϵ = constante diélectrique de l'isolant. Pour l'air, k=1

1.2 Rapport d'ondes stationnaires (ROS) : (Fig.2)

- en appelant :
  - Zc = Impédance caractéristique de la ligne

    Zt = Impédance de la charge

  Trois cas se posent :

  - 1.2.1 Zt > Zc $\Rightarrow ROS = \frac{Zt}{Zc}$

    1.2.2 Zt < Zc $\Rightarrow ROS = \frac{Zc}{Zt}$

    1.2.3 Zt = Zc $\Rightarrow ROS = \frac{Zc}{Zt} = \frac{Zt}{Zc} = 1$ *...Obligatoirement !*

1.3 Coefficient de vélocité et longueur électrique (Fig.3)

- **1.3.1 Longueur d'onde dans la ligne :**

  Dans une ligne, les ondes ne se propage pas à la même vitesse que dans l'air ou l'espace; elles sont ralenties par les constituants de la ligne et la présence des isolants. Le temps nécessaire pour parcourir une même distance est de ce fait plus long.

  Si c est la vitesse dans l'air, (c=300 000 000 Mètres/seconde),

  Si v est la vitesse dans la ligne,

  le rapport des vitesses $k = \frac{v}{c}$ est appelé **coefficient de vélocité**. Il est toujours inférieur à 1

  $k = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ pour un isolant homogène.

  En ce souvenant que la longueur d'onde correspond à la distance parcourue par l'onde pendant une période, on peut conclure que la longueur d'onde électrique λe dans la ligne est plus courte que la longueur d'onde λo dans l'air.

  $\lambda e = \lambda o * k$

Nous pouvons également conclure que pour loger un même nombre de périodes sur une ligne que dans l'air, celle-ci devra être raccourcie selon le même coefficient.

Nous pouvons donc raisonner en longueur d'onde dans l'air, mais devrons lors de la réalisation finale intégrer le coefficient de vélocité, et à l'inverse ramener les répartitions d'ondes dans une ligne à celle qu'elles auraient normalement dans l'air.

132 Longueur d'onde électrique de la ligne :

C'est le rapport entre la longueur géométrique L de la ligne et la longueur d'onde λe dans celle ci.

$$\frac{L}{\lambda e} = n \Leftrightarrow L = n * \lambda e$$

On peut également l'exprimer en angle électrique α dans la ligne par rapport à λe, sachant que une période, donc une longueur d'onde correspond à 360 degrés.

$$\alpha = 360° * \frac{L}{\lambda e} \Rightarrow \alpha = 360° * n$$

En radians, $\alpha = 2\pi * n$

2 Impédance et tension le long de la ligne

- Pour une puissance P fournie par le générateur à l'entrée de la ligne, en supposant qu'il n'y ai pas de pertes, tension et impédance sont liées en tous point de la ligne selon la loi d'Ohm :

$$U^2 = P * Zc$$

2.1 Charge purement résistive :

- Nous supposerons en un premier temps que la charge terminale est constituée d'une résistance pure *Rt, Zt=RT*

2.1.1 *Rt=Zc* : (Fig.4)

C'est le cas de la ligne adaptée à sa charge. En tous points de la ligne, l'impédance, donc la tension restent constantes. La ligne travaille en régime d'ondes progressives.

2.1.2 *Rt différente de Zc* :

La ligne n'étant pas adaptée à sa charge, il s'établit alors un régime d'ondes stationnaires, avec des noeuds et des ventres de tension et de courant, qui comme pour toutes ondes sont distants les uns des autres de un ¼ d'onde (électrique dans la ligne). Nous devons donc en conclure que l'impédance de la ligne n'est alors pas constante et qu'elle passe elle même par des minimum et des maximum. Ceux-ci sont des résistances pures, dont les valeurs sont :

$$R\min = \frac{Zc}{ROS} \text{ et } R\max = Zc * ROS$$

2.1.2.1 *Rt>Zc :* (Fig.5)

Aux bornes de la charge, nous sommes à un maximum de tension, donc d'impédance, dont la valeur est $R\max = Zc * ROS = Rt$. En parcourant la ligne, de la charge vers le générateur, nous trouvons à un ¼ d'onde électrique un minimum de tension, donc d'impédance, dont la valeur est $R\min = \frac{Zc}{ROS}$

Entre ces deux points de résistance pure, la ligne présent une impédance capacitive.

En avançant à nouveau de un ¼ d'onde, nous trouvons à nouveau un point de résistance pure de valeur maxi, *Rmax*. Entre ces deux points, l'impédance est selfique.

Et les mêmes phénomènes se reproduisent comme au départ de notre voyage depuis la charge : répétition toutes les demi-ondes, et inversion tous les ¼ d'onde. Ceci jusqu'aux bornes du générateur, qui selon sa distance par rapport à la charge, pourra se trouver à un point de résistance pure, qui sera mini ou maxi, tout autant qu'à un point d'impédance selfique ou capacitif.

2.1.2.2 *Rt<Zc :* (Fig. 6)

Aux bornes de la charge, nous sommes à un minimum de tension, donc d’impédance, dont la valeur est $R\min = \frac{Zc}{ROS} = Rt$.

En parcourant la ligne de la charge vers le générateur, nous trouvons à un ¼ d’onde électrique un maximum de tension, donc d’impédance, dont la valeur est $R\max = Zc * ROS$.

Entre ces deux points de résistance pure, l’impédance est cette fois selfique.

En poursuivant de un ¼ d’onde, ce qui correspond à une demi-onde depuis la charge, nous trouvons la répétition d’impédance *R*min.

Entre ces deux derniers points, l’impédance est ... capacitive.

Et ainsi de suite jusqu’au générateur.

CONCLUSION IMPORTANTE

Aux pertes près sur les amplitudes, mais qui restent minimes, l’étude des lignes dans leur deux premiers ¼ d’onde depuis la charge est suffisante, les phénomènes se répétant toutes les demi-ondes.

Une ligne demi-onde répète à sa sortie la charge appliquée à son entrée

1er exemple :

Zc = 300 Ohms

Zt = 75 Ohms

$$ROS = \frac{Zc}{Zt} = \frac{300}{75} = 4$$

$$R\max = Zc * ROS = 300 * 4 = 2400\Omega$$

$$R\min = \frac{Zc}{ROS} = \frac{300}{4} = 75\Omega$$

2ème exemple :

Zc = 75 Ohms

Zt = 1200 Ohms

$$ROS = \frac{Zt}{Zc} = \frac{1200}{75} = 16$$

$$R\min = \frac{75}{16} = 4.61\Omega$$

$$R\max = 75 * 16 = 1200\Omega$$

Notez les transformations importantes des valeurs de Zc .... et qui vont se répéter tous les $\frac{\lambda}{4}$

1ère application :

Quelle doit être l’impédance caractéristique d’une ligne demi-onde (électrique... bien sur !), adaptant une charge de 75 Ohms à un générateur de 75 Ohms ?

Aucune importance, car quelle-que-soit l'impédance de la ligne, elle répète sa sortie sur son entrée.

Comparez avec les exemples 1 et 2.

2ème application :

Comment adapter un émetteur d'impédance Re = 75 Ohms à une charge Rt de 4 800 Ohms ?

La solution passe par l'utilisation d'un transformateur à lignes ¼ d'onde (ou multiple impair de $\frac{\lambda}{4}$, qui sont d'ailleurs des lignes $\frac{\lambda}{4}$ prolongées de tronçons de ligne $\frac{\lambda}{2}$: ... et comme ces derniers ne changent rien au problème ... ce que nous savons maintenant...!).

En posant

$$\mathrm{Re} = R\min = \frac{Zc}{ROS}$$

$$Rt = R\max = Zc * ROS$$

En faisant : $\mathrm{Re} * Rt = \left(\frac{Zc}{ROS}\right) * (Zc * ROS)$ et en simplifiant par ROS,

$$Ze * Zt = Zc^2 \Rightarrow Zc = \sqrt{\mathrm{Re} * Rt}$$

Soit en remplaçant par les valeur numériques choisies,

$$Zc = \sqrt{75 * 4800} = \sqrt{36000} \Rightarrow Zc = \sqrt{\mathrm{Re} * Rt}$$

Une ligne ¼ d'onde de 600 Ohms adapte 75 Ohms à 4 800 Ohms et réciproquement, 4 800 Ohms à 75 Ohms.

CONSTAT:

Pour un ROS donné, les impédances le long de la ligne sont conjuguées les unes aux autres.

Pour une longueur donnée de la ligne, l'impédance d'entrée détermine celle de sortie et réciproquement.

2.2 Cas particulier des lignes ouvertes ou fermées:

- **2.2.1 Lignes ouvertes à une extrémité : (Fig.7)**

$$Rt = \infty \Rightarrow ROS = \frac{Rt}{Zc} = \frac{\infty}{Zc} = \infty$$

$$R\min = \frac{Zc}{ROS} = \frac{Zc}{\infty} = 0$$

$$R\max = Zc * ROS = Zc * \infty = \infty$$

Valeur de Z selon la longueur électrique de la ligne:

$$\alpha = 360° * \frac{L}{\lambda e}$$

$0° < \alpha < 90°$ $Z = Zc * (-Cotg(\alpha))$ Capacitive

$90° < \alpha < 180°$ $Z = Zc * Cotg(180 - \alpha)$ Selfique

$180° < \alpha < 270°$ $Z = Zc * (-Cotg(\alpha - 180))$ Capacitive

270° < α < 360° $Z = Zc^* Cotg(360 - \alpha)$ Selfique

Noter la périodicité de 180° $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ déjà vue précédemment, ainsi que l'inversion tous les 90° $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$.

Exemples:

Ligne ouverte à $L = \frac{\lambda e}{8}$ $Zc = 300\,Ohms$

- α $= \frac{360}{8} = 45 \Rightarrow Z = 300 * Cotg(45) = 300 * 1 = 300\,Ohms(Capacitive)$

Ligne ouverte à $L = \frac{\lambda e}{4}$ $Zc = 70\,Ohms$

- α $= \frac{360}{4} = 90 \Rightarrow Z = 70 * Cotg(90) = 70 * 0 = 0\,Ohms$

Ceci confirme bien le calcul de Rmin vu précédemment.

Un calcul analogue pour $L = \frac{\lambda e}{2}$ nous conduirait à $R\max = \infty$ ... heureusement..!

2.2.2 Ligne fermées à une extrémité (court-circuit):

$Rt = 0$ $ROS = \frac{Zc}{Rt} = \infty$

$R\min = \frac{Zc}{ROS} = 0$ $R\max = Zc * Ros = \infty$

Valeur de Z selon la longueur électrique de la ligne:

$$\alpha = 360° * \frac{L}{\lambda e}$$

0° < α < 90° $Z = Zc * tg(\alpha)$ Selfique

90° < α < 180° $Z = Zc * (-tg(180 - \alpha))$ Capacitive

180° < α < 270° $Z = Zc * tg(\alpha - 180)$ Selfique

270° < α < 360° $Z = Zc * (-tg(360 - \alpha))$ Capacitive

Là encore, noter les inversions 90° et les répétitions $\frac{\lambda}{2}$

2.3 Charge quelconque :

- La charge peut être selfique ou capacitive, associée ou non à une résistance.

  Cela équivaut coté charge : à raccourcir (charge capacitive) ou à allonger (charge selfique) d'un tronçon de ligne égale ou inférieur à $\frac{\lambda e}{4}$, ouverte ou fermée selon les constituants de l'impédance terminale.

  Il y aura alors simplement un déphasage, compris entre 0 et 90°, par rapport à tout ce qui à été vu durant cette étude.

3 Rappels à propos des impédances

- Une impédance est un groupement, plus ou moins complexe, d'éléments selfs, capas et résistances, en série ou en parallèle les uns par rapport aux autres.

3.1 réactances :

- On appelle ainsi l'impédance d'un élément purement selfique ou capacitif.

3.1.2 Inductance :

C'est l'impédance Xl d'une self de valeur L, à une fréquence F.

$Xl = L\omega$ ω ω est la pulsation, $\omega = 2 * \pi * F$

en pratique, on peut exprimer Xl en Ohms, F en Mhz, L en µH.

3.1.2 Capacitance :

C'est l'impédance Xc d'un condensateur de valeur C, à une fréquence F

$Xc = \frac{1}{C\omega}$ ω ω est la pulsation, $\omega = 2 * \pi * F$

en pratique, on peut exprimer Xc en Ohms, F en Mhz, C en µF.

3.2 Impédance série :

3.2.1 Circuit R, L série : (Fig.9)

Soit un résistance R en série avec une inductance Xl.

On écrit $Zs = R + jXl$. Le terme imaginaire +j indique que la tension aux bornes Xl est en avance de phase de +90° par rapport à celle aux bornes de R. Cela rappelle que l'on ne peut faire la somme directe R+Xl:

$$Zs = \sqrt{R^2 + Xl^2}$$

le déphasage résultant est $\varphi = Arctg\left(\frac{R}{Xl}\right)$

3.2.2 Circuit R, C série : (Fig.10)

Soit une résistance R en série avec une capacitance Xc.

On écrit $Zs = R - jXc$. Le terme imaginaire -j indique que la tension aux bornes Xc est en retard de phase de -90° par rapport aux bornes de R. Cela rappelle que l'on ne peut pas faire la somme directe R + Xc.

$$Zs = \sqrt{R^2 + Xc^2}$$

Le déphasage résultant est $\varphi = Arctg\left(\frac{R}{Xc}\right)$

Les impédances capacitives étant négatives, on pourrait donc écrire $Zs = R + j(-Xc)$

3.2.3 Circuit R, L, C série : (Fig.11)

On peut généraliser la réactance série Xs comme étant $Xs = Xl + (-Xc)$

$$Xs = Xl + (-Xc)$$

$$Zs = R + j\,Xs = R + j\,(Xl - Xc)$$

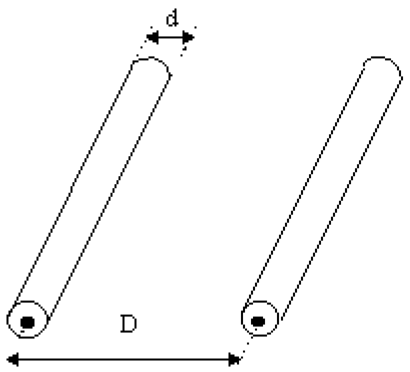
- - Si Xl>Xc, la réactance est selfique, Zs est selfique.

  - Si Xc>Xl, la réactance est capacitive, Zs est capacitive

  - Si Xl=Xc, la réactance est nulle, Zs est une résistance pure.

Nous trouvons ici la notion de résonance, ou d’accord: Xl = -Xc

Fig.1



Isolant	∈	**k**
Air	1	1
Bakelite	5 à 7.5	0.36 à 0.45
Ebonite	2 à 3.5	0.53 à 0.7
Porcelaine	6 à 7	0.37 à 0.4
Stéatite	4.4 à 6.5	0.39 à 0.48
Polystyrène	2.4 à 2.9	0.59 à 0.65
Polyéthylène	2 à 2.4	0.64 à 0.7
Téflon (PTFE)	≅ 2	≅ 0.7

- **Fig.2**

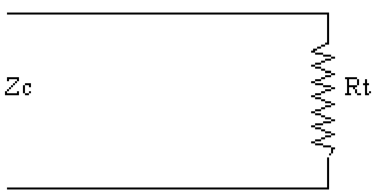


Fig.3

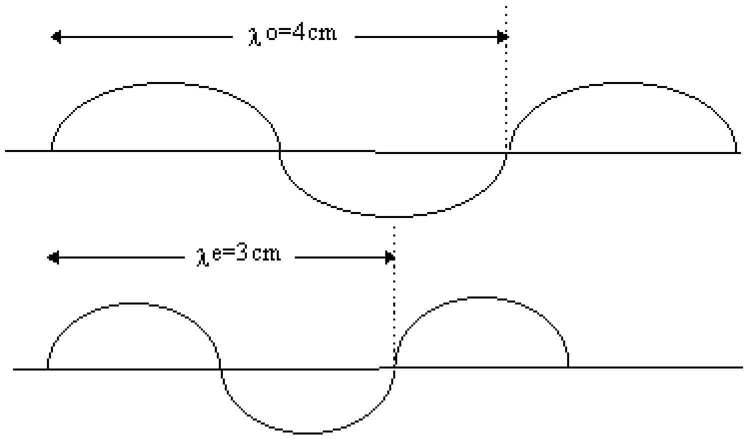


Fig.4

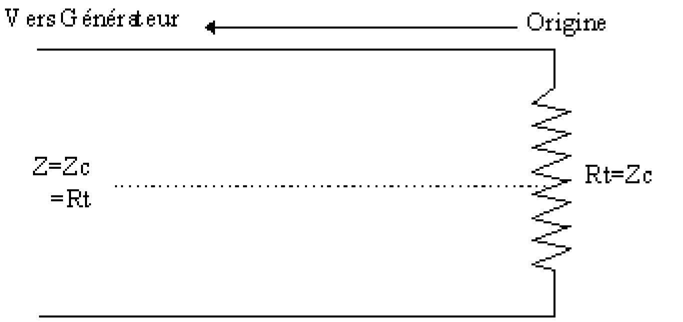


Fig.5

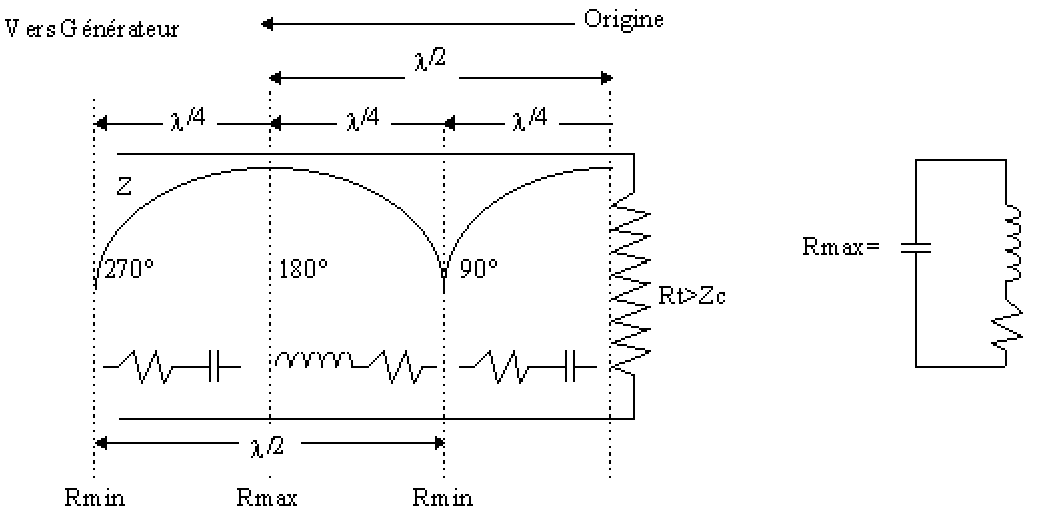


Fig.6

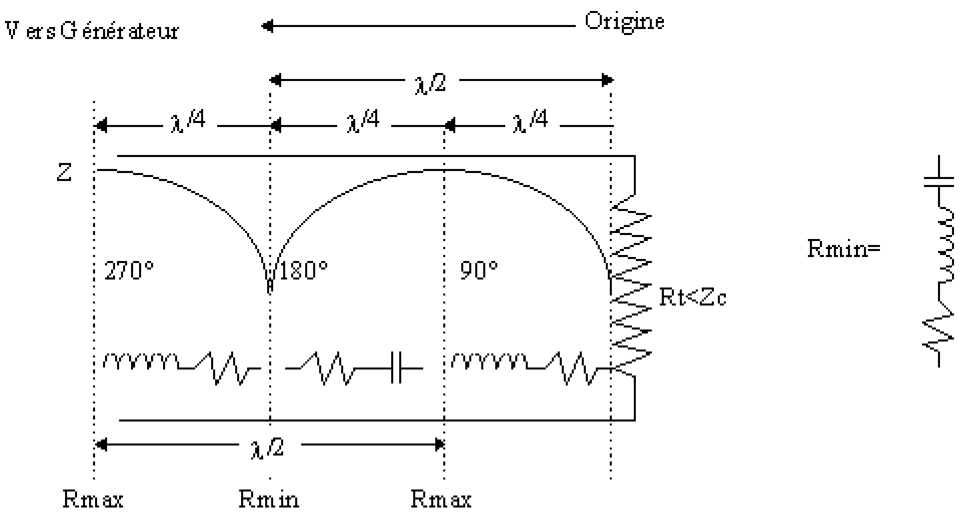


Fig.7 : Ligne Ouverte

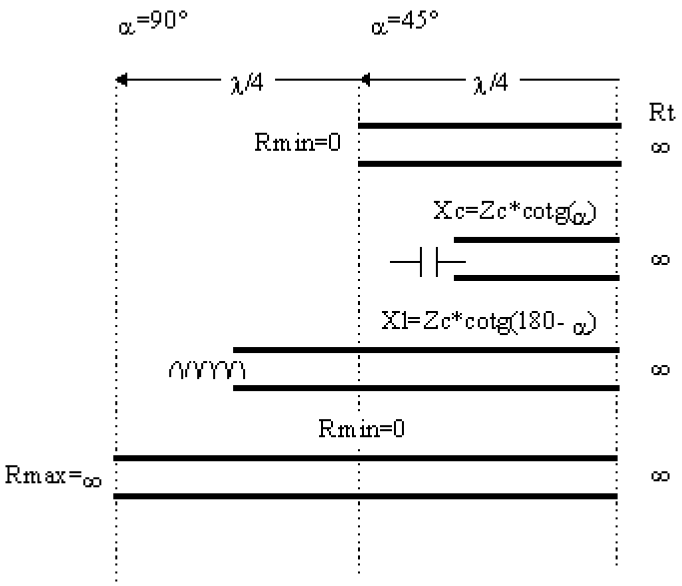


Fig.8 : Ligne Fermée

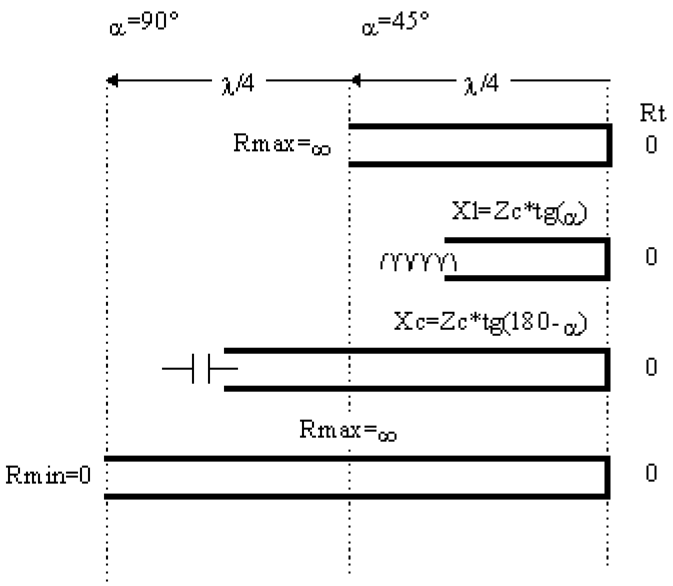


Fig.9 : R, Ls

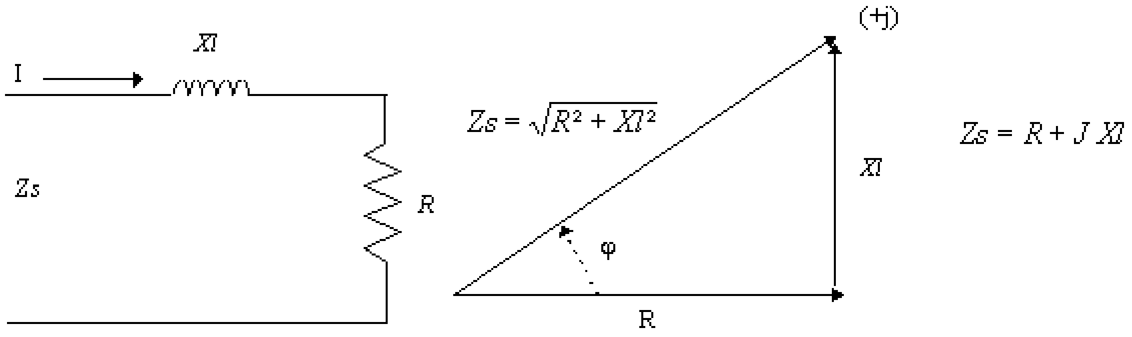


Fig.10 : R, Cs

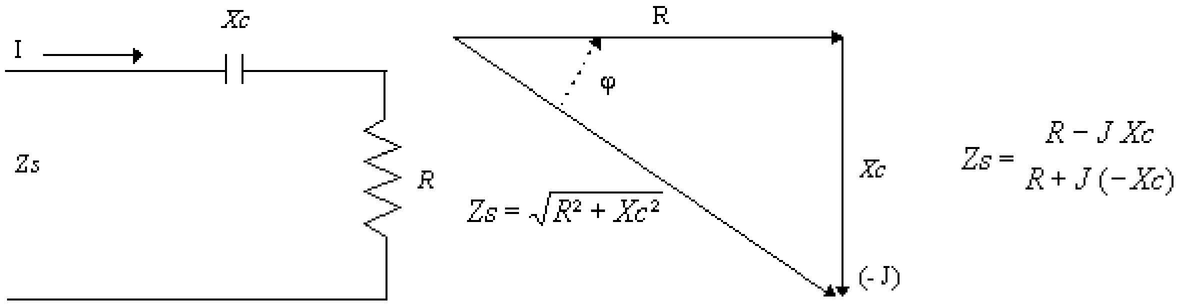
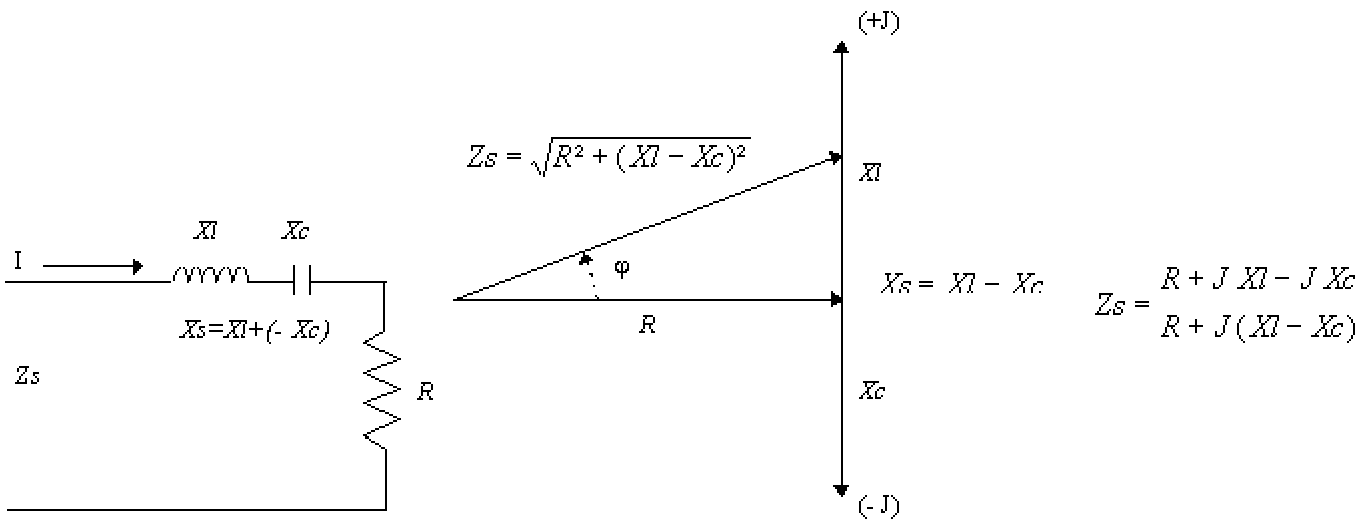
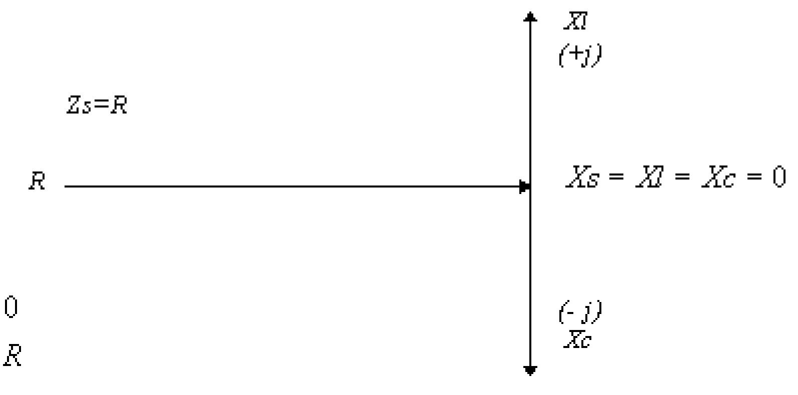


Fig.11 : R, Ls, Cs



A la résonance :



$$Xl = Xs$$
$$Xs = (Xl - Xc) = 0$$
$$Zs = \sqrt{R^2 + Xs^2} = R$$

C.F. lignes § 2.1.2

En tous points de la ligne :

$$P = \frac{U^2}{Z} \Leftrightarrow U^2 = P * Z \Leftrightarrow U = \sqrt{P * Z}$$

Exemple :

- Zc=300Ω , Zmin=50Ω , Zmax=? Puissance = 100 Watts

$$ROS = \frac{Zc}{Zmin} = \frac{300}{50} = 6 \Leftrightarrow Zmax = Zc*ROS = 1800\,W$$

$$Umoy = \sqrt{P*Zc} = \sqrt{100*300} = 10*10*\sqrt{3} = 100*\sqrt{3} = 173{,}2\,V$$

$$Umin = \sqrt{P*50} = \sqrt{100*50} = 10*\sqrt{50} = 70{,}7\,V$$

ou

$$Umin = \sqrt{P*\frac{300}{6}} = \sqrt{100*50} = 10*\sqrt{50} = 70{,}7\,V$$

$$Umax = \sqrt{P*Zmax} = \sqrt{100*1800} = 10*10*\sqrt{18} = 424\,V$$

ou

$$Umax = \sqrt{P*Zc*ROS} = \sqrt{100*300*6} = \sqrt{100*1800} = 10*10*\sqrt{18} = 424\,V$$

$$Umax = Umoy*\sqrt{ROS} = 173{,}2\,V*\sqrt{6} = 424\,V$$

$$Umin = \frac{Umoy}{\sqrt{ROS}} = \frac{173{,}2\,V}{\sqrt{6}} = 70{,}7\,V$$

$$Umax = Umin*ROS = 70{,}7\,V*6 = 424\,V$$

1.

$$Zmax = Zmin*ROS^2$$

$$Zmin = \frac{Zmax}{ROS^2}$$

- $\frac{Zmax}{Zmin} = ROS^2$